

Análisis Funcional. Doble Grado I. Informát-Matemát.
 C. Extraordinaria 7/2/2022

① ^{0'5}
 a) Sea $(E, \|\cdot\|_E)$ un espacio normado. Define el espacio normado dual topológico de E : $(E', \|\cdot\|_{E'})$.

^{2'5}

b) Demuestra que $(E', \|\cdot\|_{E'})$ es un espacio normado completo.

② ^{0'5}
 a) ^{2'5} Enuncia el Teorema de Hahn-Banach.

b) Como aplicación del Teorema anterior, prueba que si $(E, \|\cdot\|_E)$ es un espacio normado, entonces:

$$\forall x_0 \in E, \exists f_0 \in E' \text{ t. q. } \|f_0\|_{E'} = \|x_0\|_E, f_0(x_0) = \|x_0\|_E^2$$

③ ^{1'5}
 a) Sea $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un espacio prehilbertiano.

Demuestra que la aplicación $\langle \cdot, \cdot \rangle: E \times E \rightarrow \mathbb{R}$
 $(x, y) \mapsto \langle x, y \rangle$

es continua.

b) Sea $\bar{x} \in E$. Define el ortogonal de \bar{x} , \bar{x}^\perp

²

c) Demuestra que \bar{x}^\perp es un subespacio cerrado de E .

